

### 3. Feladat (lineáris egyenletrendszer vizsgálata)

2.3. Döntsük el, hogy van-e megoldása az alábbi egyenletrendszereknek! Ha van, oldjuk is meg az egyenletrendszert! Több megoldás esetén adjuk meg az általános megoldáshoz tartozó bázismegoldást! Más kötött változókat választva adjunk meg egy másik bázismegoldást is! Degenerált-e valamelyik bázismegoldás?

$$1) \begin{cases} 3x_1 - 8x_2 + 2x_3 - x_4 = 3 \\ 5x_1 - 7x_2 - 3x_3 - 8x_4 = 5 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = -2 \\ 3x_1 - 11x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 3 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 = 9 \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 5 \\ 2x_1 + 7x_2 = 19 \end{cases};$$

$$3) \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + x_5 = 10 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_5 = 18 \\ 5x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 19 \end{cases};$$

$$4) \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 10 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 10 \\ x_1 + x_3 + 2x_4 = 18 \\ 3x_1 + 2x_3 - x_4 = 2 \end{cases};$$

$$5) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_4 = -1 \\ x_1 + 3x_3 + x_4 = 3 \\ 3x_2 + x_3 - x_4 = -5 \end{cases};$$

$$6) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 13 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 9 \end{cases};$$

$$7) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = -1 \\ x_1 - 3x_2 - x_3 - 2x_4 = 0 \\ x_1 + 15x_2 + 5x_3 + 9x_4 = 0 \end{cases};$$

$$8) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 0 \\ 6x_1 - 12x_2 + 17x_3 - 9x_4 = 0 \\ 7x_1 - 14x_2 + 18x_3 + 17x_4 = 0 \end{cases};$$

$$9) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 5x_4 = 0 \\ 4x_1 + 6x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 - 14x_4 = 0 \\ 10x_1 + 15x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 0 \end{cases};$$

$$10) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 = 1 \end{cases};$$

$$11) \begin{cases} 3x_1 - 8x_2 + 2x_3 - x_4 = 3 \\ 5x_1 - 7x_2 - 3x_3 - 8x_4 = 5 \\ 3x_1 - 11x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 3 \\ x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = 1 \end{cases};$$

$$12) \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 3 \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 - x_4 = -2 \\ 3x_1 - 6x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 5 \\ 4x_1 - 8x_2 - 3x_3 - 4x_4 = -3 \end{cases};$$

$$13) \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 11x_4 = -4 \end{cases};$$

$$14) \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 3 \\ 3x_1 + 5x_2 + 9x_3 - 4x_4 = -8 \\ 4x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 14 \end{cases};$$

$$15) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 - 5x_3 - 8x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 - 9x_3 - 14x_4 = 0 \end{cases};$$

$$16) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 0 \\ +4x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases};$$

$$17) \begin{cases} x_1+x_2 & -x_4+2x_5 = 7 \\ & x_2+x_3 & +x_5 = 5 \\ x_1 & +x_3 & +2x_5 = 4 \\ x_1 & +3x_3+x_4+3x_5 = 6 \end{cases};$$

$$18) \begin{cases} x_1+x_2 & & = -1 \\ & x_3+x_4 & = 1 \\ x_1 & & +x_4 = 2 \\ & x_2+x_3 & = -2 \end{cases};$$

$$19) \begin{cases} 2x_1-x_2+3x_3-2x_4+4x_5 = -1 \\ 4x_1-2x_2+5x_3+x_4+3x_5 = 2 \\ 2x_1-x_2+x_3+8x_4-6x_5 = 4 \\ -5x_1+7x_2+x_3+16x_4+x_5 = 10 \end{cases};$$

$$20) \begin{cases} 2x_1+3x_2+4x_3+5x_4 = 30 \\ 3x_1+3x_2+4x_3+5x_4 = 34 \\ 4x_1+4x_2+4x_3+5x_4 = 41 \\ x_1+x_2+x_3+x_4 = 10 \end{cases};$$

$$21) \begin{cases} -x_1+3x_2+3x_3+2x_4+5x_5 = 2 \\ 3x_1-x_2-23x_3+7x_5 = 2 \\ 3x_1-5x_2-2x_3-3x_4-4x_5 = -2 \\ -5x_1+7x_2+x_3+16x_4+x_5 = 10 \end{cases};$$

$$22) \begin{cases} x_1+x_2+2x_3 = 3 \\ x_1+2x_2+3x_3-x_4 = 5 \\ x_1-x_2+2x_4 = -1 \\ 3x_1+2x_2+5x_3+x_4 = 7 \end{cases};$$

$$23) \begin{cases} x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 = 3 \\ x_1+x_3+x_4+x_5+x_6 = 5 \\ x_1+x_2+x_4+x_5+x_6 = 4 \\ x_1+x_2+x_3+x_5+x_6 = 7 \\ x_1+x_2+x_3+x_4+x_6 = 11 \\ x_1+x_2+x_3+x_4+x_5 = 10 \end{cases};$$

$$24) \begin{cases} 2x_1+3x_2+x_3+x_5 = 6 \\ x_1+2x_2+x_3+x_4 = 5 \\ -x_1+x_2+3x_3+5x_4+x_5 = 8 \\ 2x_1-x_2+x_3-8x_4+2x_5 = -6 \end{cases};$$

$$25) \begin{cases} x_1+6x_2+5x_3+4x_4 = 19 \\ 2x_1+7x_2+7x_3+3x_4 = 12 \\ x_1+3x_2+5x_3+x_4 = 7 \\ 5x_1+13x_2+13x_3+3x_4 = 3 \end{cases};$$

$$26) \begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+x_4 = 1 \\ 3x_1+13x_2+13x_3+5x_4 = 3 \\ x_1+5x_2+3x_3+x_4 = 7 \\ 3x_1+7x_2+7x_3+2x_4 = 12 \end{cases};$$

$$27) \begin{cases} 2x_1-x_2+x_3+2x_4-x_5 = 0 \\ 2x_1+x_3+x_4-x_5 = 0 \\ 4x_1+5x_2+2x_3-3x_4-2x_5 = 0 \\ 2x_1+2x_2+x_3-x_4-x_5 = 0 \end{cases};$$

$$28) \begin{cases} 2x_1+2x_2+3x_3+4x_4 = 1 \\ 3x_1+4x_2+9x_3+16x_4 = 1 \\ x_1+8x_2+27x_3+64x_4 = 1 \\ 5x_1+16x_2+81x_3+256x_4 = 0 \end{cases};$$

$$29) \begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4 = 1 \\ x_1+4x_2-x_3-x_4 = 0 \\ x_1+3x_2-x_3+x_4 = 2 \\ x_1-3x_2+6x_3+3x_4 = 3 \end{cases};$$

$$30) \begin{cases} x_1+2x_2-3x_3+x_4-x_5 = 2 \\ 4x_1+3x_2-4x_3+4x_4-4x_5 = 3 \\ 2x_1-x_2+2x_3+2x_4-2x_5 = -1 \\ -x_1+3x_2-5x_3-x_4+x_5 = 3 \end{cases};$$

$$31) \begin{cases} 3x_1+8x_2+24x_3-19x_4 = 0 \\ 4x_1+5x_2-2x_3+3x_4 = 0 \\ 3x_1+5x_2+6x_3-4x_4 = 0 \\ x_1+2x_2+4x_3-3x_4 = 0 \end{cases};$$

$$32) \begin{cases} x_1+2x_2+3x_3-x_4 = 1 \\ 3x_1+2x_2+x_3-x_4 = 1 \\ 2x_1+3x_2+x_3+x_4 = 1 \\ 2x_1+2x_2+2x_3-x_4 = 1 \end{cases};$$

$$33) \begin{cases} -x_1+x_2+x_3+2x_4-x_5 = 7 \\ 2x_1-x_2-x_3+3x_4+x_5 = 8 \\ -x_1+x_3+7x_4-3x_5 = 2 \\ 3x_1-x_2-2x_3-4x_4+4x_5 = 6 \end{cases};$$

$$34) \begin{cases} 3x_1+3x_2-x_3+5x_4-2x_5 = 8 \\ 4x_1+3x_2-x_3+2x_4+x_5 = 4 \\ 4x_1+2x_2-x_3-3x_4+5x_5 = 3 \\ -x_1+x_2+8x_4-7x_5 = 5 \end{cases};$$

$$35) \begin{cases} 2x_1+5x_2-x_3+x_4+2x_5 = 7 \\ -x_1-3x_2+2x_3-5x_4+4x_5 = 4 \\ x_1+2x_2+2x_3-4x_4+6x_5 = 11 \\ 3x_1+8x_2-3x_3+6x_4-2x_5 = 3 \end{cases}; \quad 36) \begin{cases} x_1+2x_2+x_3-7x_4+3x_5 = 2 \\ x_1+x_2+x_3+5x_4-x_5 = 7 \\ x_2+x_3-6x_4+7x_5 = 1 \\ 2x_1+2x_2+x_3+4x_4-5x_5 = 8 \end{cases}$$

$$37) \begin{cases} x_1+x_2-x_4+2x_5 = 7 \\ 2x_1+2x_3+4x_5 = 8 \\ x_2+x_3+x_5 = 5 \\ x_1+3x_3+x_4+3x_5 = 6 \end{cases}; \quad 38) \begin{cases} x_1+x_2-3x_3-x_4+2x_5 = 0 \\ x_1+x_2-2x_3-2x_4+x_5 = 4 \\ 2x_1+x_2+3x_3-3x_4-x_5 = 4 \\ 4x_1+3x_2-2x_3-6x_4+2x_5 = 8 \end{cases}$$

$$39) \begin{cases} 3x_1+4x_2-4x_3+4x_4-4x_5 = 3 \\ 2x_1+x_2-3x_3+x_4-x_5 = 2 \\ x_1-2x_2-2x_3-2x_4+2x_5 = 1 \\ 8x_1+9x_2-11x_3+9x_4-9x_5 = 8 \end{cases}; \quad 40) \begin{cases} x_1+2x_2+x_3-3x_4-x_5 = 2 \\ 4x_1+3x_2+4x_3-4x_4-4x_5 = 3 \\ -2x_1+x_2-2x_3-2x_4+2x_5 = 1 \\ 6x_1+7x_2+6x_3-10x_4-6x_5 = 7 \end{cases}$$

$$41) \begin{cases} 3x_1+2x_2+4x_3-2x_4-6x_5 = 8 \\ x_1+x_2+x_3-2x_4-2x_5 = 4 \\ x_1-x_2+2x_3+3x_4-3x_5 = 4 \\ 2x_1+3x_2+2x_3-5x_4-3x_5 = 4 \end{cases}; \quad 42) \begin{cases} x_1-x_2+x_3+x_4+5x_5 = 7 \\ x_1+3x_2+x_3+2x_4-7x_5 = 2 \\ -4x_2+x_3+x_4-x_5 = 1 \\ x_1-5x_2+2x_3+2x_4+4x_5 = 8 \end{cases}$$

$$43) \begin{cases} 2x_1-3x_2+x_3+4x_4+4x_5 = -6 \\ -x_1+2x_2-x_3+x_4+3x_5 = 8 \\ x_1-x_2+x_3-x_4+2x_5 = 7 \\ 3x_1-4x_2+x_3-7x_4+11x_5 = -4 \end{cases}; \quad 44) \begin{cases} x_1+2x_2-3x_3-4x_4+4x_5 = -6 \\ x_1+x_2-2x_3-x_4-3x_5 = -8 \\ x_2-x_3-3x_4+7x_5 = 2 \\ x_1+x_2-x_3-x_4+2x_5 = 7 \end{cases}$$

$$45) \begin{cases} 5x_1-3x_2+4x_3+2x_4-x_5 = 3 \\ x_1+2x_2+4x_3+3x_4-x_5 = 4 \\ 7x_1-8x_2+x_3-x_4 = -5 \\ 2x_1-5x_2-3x_3-3x_4+x_5 = -8 \end{cases}; \quad 46) \begin{cases} 2x_1+4x_2+3x_3+2x_4-x_5 = 4 \\ 3x_1+5x_2+4x_3+3x_4-x_5 = 6 \\ x_1+x_2+x_3+x_4 = 2 \\ 2x_2+x_3-x_5 = 0 \end{cases}$$

$$47) \begin{cases} x_1+2x_2+x_3-x_5 = 0 \\ 2x_1+4x_2+3x_3+2x_4-x_5 = 4 \\ 3x_1+5x_2+4x_3+3x_4-x_5 = 6 \\ x_1+x_2+x_3+x_4 = 2 \end{cases}; \quad 48) \begin{cases} 3x_1+4x_2-x_3+2x_4+2x_5 = 4 \\ 4x_1+5x_2-x_3+3x_4+3x_5 = 6 \\ x_1+2x_2-x_3+x_4 = 0 \\ x_1+x_2+x_4+x_5 = 2 \end{cases}$$

$$49) \begin{cases} x_1+2x_2-4x_3+x_4 = 2 \\ 2x_1+3x_2+x_3-2x_4 = 5 \\ 5x_1+9x_2-11x_3+x_4 = 11 \\ 3x_1+5x_2-3x_3-x_4 = 7 \end{cases}; \quad 50) \begin{cases} 2x_1-3x_2+x_3+4x_4+4x_5 = -6 \\ -x_1+2x_2-x_3+x_4+3x_5 = 8 \\ x_1-x_2+x_3+x_4+2x_5 = 7 \\ 3x_1-4x_2+x_3-7x_4+11x_5 = -4 \end{cases}$$

**Megjegyzés.** Az egyenletrendszer-lista bővítése (51. – 70.) e segédlet 96. és 97. oldalán található meg!

**A 18.-20. oldalakon adott egyenletrendszer-lista bővítése**

**2.3. Feladat.** Végezzük el az adott egyenletrendszer vizsgálatát (döntsük el, hogy van-e megoldás, és ha van megoldás, oldjuk is meg az egyenletrendszert). Több megoldás esetén adjuk meg az általános megoldáshoz tartozó bázismegoldást! Más kötött változókat választva adjunk meg egy másik bázismegoldást is! Döntsük el, hogy lineárisan független-e a kapott két bázismegoldás!

$$51. \begin{cases} -x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - 2x_2 - 8x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 + 4x_3 - 4x_4 = -2 \\ x_1 + 2x_2 + 16x_3 - 10x_4 = -4 \end{cases}$$

$$52. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 = 10 \\ 5x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 3 \end{cases}$$

$$53. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 20x_3 - 8x_4 = -8 \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 + 4x_4 = 0 \\ x_2 + 8x_3 - 2x_4 = -4 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = -2 \end{cases}$$

$$54. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + 7x_3 + 6x_4 = 5 \\ x_1 + 8x_2 + 5x_3 - 18x_4 = 1 \\ 5x_1 + 5x_2 + 18x_3 + 8x_4 = 12 \end{cases}$$

$$55. \begin{cases} -x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 - 4x_2 + 10x_3 + x_4 = 0 \\ -x_2 + 4x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

$$56. \begin{cases} -x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 12 \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 = -4 \\ -5x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 8 \\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$$

$$57. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 10x_1 + 2x_2 - 8x_3 + x_4 = 0 \\ 4x_1 - 2x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - 4x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

$$58. \begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 12 \\ -x_2 + x_3 = 4 \\ -5x_1 + 3x_2 + x_3 + 4x_4 = 8 \\ x_1 - 2x_2 - 2x_4 = -8 \end{cases}$$

$$59. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 - x_5 = -1 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 3x_4 - 4x_5 = -4 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - 3x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 - 3x_5 = -3 \end{cases}$$

$$60. \begin{cases} x_1 - 2x_2 - 8x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 16x_3 - 10x_4 = 4 \\ x_1 + 4x_3 - 4x_4 = 2 \end{cases}$$

$$61. \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = -3 \\ -x_1 + 2x_2 - 8x_3 + 2x_4 = 0 \\ -x_1 + 4x_3 - 4x_4 = 6 \\ x_1 + 2x_2 - 16x_3 + 10x_4 = -12 \end{cases}$$

$$62. \begin{cases} -x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 - 5x_3 + 2x_4 = 3 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = -7 \\ -x_1 + 2x_2 - 11x_3 + 4x_4 = 13 \end{cases}$$

$$63. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 - 4x_4 = 0 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + 20x_3 - 8x_4 = 8 \\ \quad x_2 + 8x_3 - 2x_4 = 4 \end{cases}$$

$$64. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 8 \\ 3x_1 - 5x_2 + 8x_3 + x_4 = 8 \\ -3x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4 = -4 \\ x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 12 \end{cases}$$

$$65. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_4 + 2x_5 = 1 \\ x_1 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 2 \\ \quad x_2 + 2x_3 + x_4 + 2x_5 = 3 \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 8x_5 = 11 \end{cases}$$

$$66. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 + x_5 = 3 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 + 5x_5 = 7 \end{cases}$$

$$67. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 + x_5 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 8 \end{cases}$$

$$68. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 + x_5 = 9 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

$$69. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -4 \\ \quad x_2 - x_3 + x_4 = 3 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_4 = -1 \\ \quad -7x_2 + 3x_3 + x_4 = 3 \end{cases}$$

$$70. \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 3 \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 - x_4 = -2 \\ 3x_1 - 6x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 5 \\ 4x_1 - 8x_2 - 3x_3 - 4x_4 = -3 \end{cases}$$